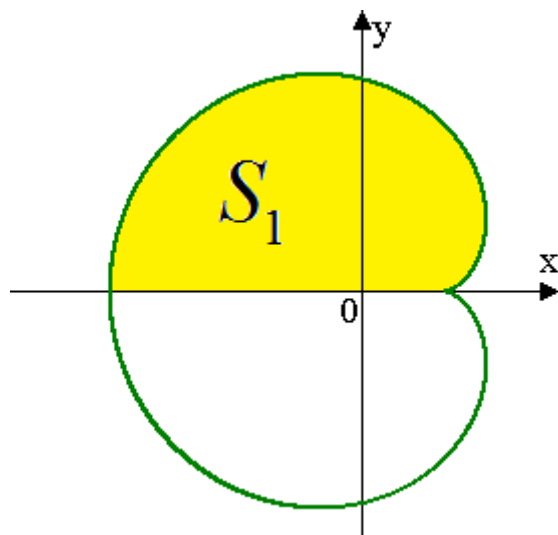


Условие

При помощи криволинейного интеграла вычислить площадь, ограниченную кардиоидой $x = 2a \cos t - a \cos 2t$, $y = 2a \sin t - a \sin 2t$.

Решение

Для части площади S_1 над осью Ox получим: $0 \leq t \leq \pi$.

$$dx = (-2a \sin t + 2a \sin 2t)dt, \quad dy = (2a \cos t - 2a \cos 2t)dt.$$

$$S = 2S_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \oint_L xdy - ydx =$$

$$= \int_0^\pi ((2a \cos t - a \cos 2t) \cdot (2a \cos t - 2a \cos 2t) - (2a \sin t - a \sin 2t) \cdot (-2a \sin t + 2a \sin 2t)) dt =$$

$$= 2a^2 \cdot \int_0^\pi ((2 \cos t - \cos 2t) \cdot (\cos t - \cos 2t) + (2 \sin t - \sin 2t) \cdot (\sin t - \sin 2t)) dt =$$

$$= 2a^2 \cdot \int_0^\pi (2 \cos^2 t - 2 \cos t \cos 2t - \cos 2t \cos t + \cos^2 2t + 2 \sin^2 t - 2 \sin t \sin 2t - \sin t \sin 2t + \sin^2 2t) dt =$$

$$= 2a^2 \cdot \int_0^\pi (-3 \cos t \cos 2t - 3 \sin t \sin 2t + 3) dt = 2a^2 \cdot \int_0^\pi (-3 \cos t + 3) dt = 2a^2 \cdot (-3 \sin t + 3t) \Big|_0^\pi = 6\pi a^2.$$

Ответ: $6\pi a^2$.