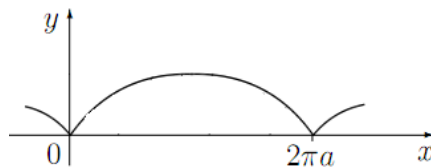


Условие

Вычислить $\int_L (2a - y)dx - (a - y)dy$, где L – первая (от начала координат) арка циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

Решение

Для первой арки циклоиды имеем $0 \leq t \leq 2\pi$.



$$\begin{aligned} \int_L (2a - y)dx - (a - y)dy &= \int_0^{2\pi} ((2a - a(1 - \cos t)) \cdot a(1 - \cos t) - (a - a(1 - \cos t)) \cdot a \sin t) dt = \\ &= a^2 \cdot \int_0^{2\pi} ((1 + \cos t) \cdot (1 - \cos t) - \cos t \cdot \sin t) dt = a^2 \cdot \int_0^{2\pi} (1 - \cos^2 t - \cos t \cdot \sin t) dt = \\ &= a^2 \cdot \int_0^{2\pi} (\sin^2 t - \cos t \cdot \sin t) dt = a^2 \cdot \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) dt = a^2 \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{\sin 2t}{4} + \frac{\cos 2t}{4} \right) \Bigg|_0^{2\pi} = \pi \cdot a^2. \end{aligned}$$

Ответ: $\pi \cdot a^2$.