

$$y = \frac{|x^3 - 1|}{e^{x-1}} \quad \textcircled{7}$$

1) Область определения функции
 $x \in (-\infty; +\infty)$

$$2) y(x) = \frac{|x^3 - 1|}{e^{x-1}}$$

$$\bullet \quad y(-x) = \frac{|(-x)^3 - 1|}{e^{-x-1}} = \frac{|-x^3 - 1|}{e^{-x-1}}$$

Сл., данная функция не является ни четной, ни нечетной и ее график не является симметричным относительно оси Oy или начала координат.

3) Пересечение с осью Oy :

$$\bullet \quad x=0 \Rightarrow y(0) = \frac{|0^3 - 1|}{e^{0-1}} = \frac{1}{e^{-1}} = e.$$

Пересечение с осью Ox :

$$y=0: \frac{|x^3 - 1|}{e^{x-1}} = 0;$$

$$|x^3 - 1| = 0$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$x^3 = 1 \Rightarrow x = 1.$$

1) Интервалы знакопостоянства. (2)

$$|x^3 - 1| \geq 0; e^{x-1} > 0, \text{ сл. } y = \frac{|x^3 - 1|}{e^{x-1}} > 0$$

$$y = \frac{|x^3 - 1|}{e^{x-1}} = 0 \text{ при } x = 1. \text{ при } x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$$

$$5) y(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{e^{(x-1)}}, & x \geq 1 \\ \frac{-(x^3 - 1)}{e^{(x-1)}} = \frac{-x^3 + 1}{e^{(x-1)}}, & x < 1. \end{cases}$$

$$y'(x) = \frac{3x^2 \cdot e^{x-1} - (x^3 - 1)e^{x-1}}{e^{2(x-1)}} = \frac{3x^2 - x^3 + 1}{e^{x-1}}, \text{ при } x \geq 1$$

$$y'(x) = \frac{-3x^2 e^{x-1} - (-x^3 + 1)e^{x-1}}{e^{2(x-1)}} = \frac{-3x^2 + x^3 - 1}{e^{x-1}}, \text{ при } x < 1.$$

$y'(x) = 0: 3x^2 - x^3 + 1 = 0$
это уравнение не имеет действительных решений.

Сл. экстремумов функция не имеет.

$$y''(x) = \frac{(6x-3x^2)e^{x-1} - (3x^2-x^3+1)e^{x-1}}{e^{2(x-1)}} \quad (3)$$

$$= \frac{6x-3x^2-3x^2+x^3-1}{e^{x-1}} = \frac{x^3-6x^2+6x-1}{e^{x-1}},$$

нпу $x \geq 1$

$$y''(x) = \frac{(6x+3x^2)e^{x-1} - (-3x^2+x^3-1)e^{x-1}}{e^{2(x-1)}} = \frac{-6x+3x^2+3x^2-x^3+1}{e^{x-1}} =$$

$$= \frac{-x^3+6x^2-6x+1}{e^{x-1}}, \text{ нпу } x < 1.$$

$$y''(x) = 0: -x^3+6x^2-6x+1=0$$

$$-(x^3-1)+6x(x-1)=0.$$

$$-(x-1)(x^2+x+1)+6x(x-1)=0.$$

$$(x-1)(-x^2-x-1+6x)=0.$$

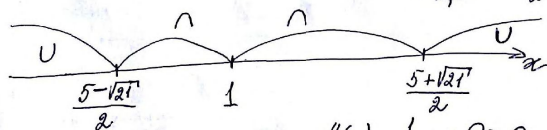
$$(x-1)(-x^2+5x-1)=0.$$

$$x-1=0 \quad \text{или} \quad -x^2+5x-1=0$$

$$x_1=1.$$

$$x^2-5x+1=0$$

$$x_{2,3} = \frac{5 \pm \sqrt{25-4}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$



$$x \in (-\infty; \frac{5-\sqrt{21}}{2}): x=0: y''(0) = \frac{1}{e^{-1}} = e > 0 \quad \cup$$

$$x \in (\frac{5-\sqrt{21}}{2}; 1): x=0,5: y''(0,5) = \frac{-0,5^3+6 \cdot (0,5)^2-6 \cdot 0,5+1}{e^{0,5-1}} = -1,03 < 0 \quad \cap$$

$$x \in (1, \frac{5+\sqrt{21}}{2}): x=3: y''(3) = \frac{3^3 - 6 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 - 1}{e^{3-1}} = -1,35 < 0 \quad \textcircled{4}$$

$$x \in (\frac{5+\sqrt{21}}{2}, +\infty): x=6: y''(6) = \frac{6^3 - 6 \cdot 6^2 + 6 \cdot 6 - 1}{e^{6-1}} = 0,24 > 0 \quad \vee$$

Сл., в точках $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ имеем перемены знака функции.

$$y\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right) = \frac{\left|\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^3 - 1\right|}{e^{\frac{5-\sqrt{21}}{2}-1}} \approx 2,18$$

$$y\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right) = \frac{\left|\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^3 - 1\right|}{e^{\frac{5+\sqrt{21}}{2}-1}} \approx 2,45$$

7) Асимптоты.

Т.к. область определения функции $x \in (-\infty; +\infty)$, то вертикальных асимптот нет.

Ищем наклонные асимптоты в виде

$$y = kx + b.$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x^3 - 1|}{e^{x-1} \cdot x} = +\infty, \text{ сл., наклонных асимптот не существует.}$$

Curve sketching question:

(5)

